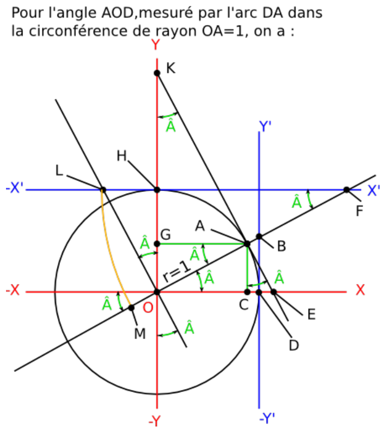
http://www.saintpoint.org/

Rappel de Mathématique, le Sinus : Cercle trigonométrique sur un plan.



Ci-contre le **__cercle trigonométrique__** sur un plan :

Les termes en gras-souligné sont des règles trigonométriques.
__le cercle trigonométrique ne fonctionne que dans un repère orthonormé__. C'est à dire :
1) **__Les droites -XX et -YY sont sur__** un plan (**__espace euclidien__**).
2) **__Les droites -XX et -YY__** qui se croisent en O **__sont__** perpendiculaires (**__orthogonales__**).
3) Les longueurs **__OD et OH__**, sont **__égales au rayon__** et de **__longueur 1__**.
4) **__Le cercle trigonométrique__**, passe donc par les points D, A, H, il **__a son centre en O__**, intersection des droites -XX et -YY.

sinus d'un triangle rectangle incrit dans le cercle trigonométrique (ici AOC)

L'angle pris pour référence étant l'angle, noté Â, ayant son sommet en O, entre l'axe -XX et le droite OA (OA=hypothénuse de longueur 1)

1) Le **__sinus d'un angle__** est le **__rapport__** du **__coté opposé__** à l'angle **__diviser par l'hypoténuse__** de l'angle (= rayon pour les longueurs inscrites dans le cercle). Pour l'angle Â **__on écrit sin(Â)__**
Pour le triangle AOC inscrit dans le cercle on a : sin(Â)=CA÷r; =CA÷OA ; =CA÷OD ; =CA÷OH et dans le triangle OAG : sin(Â)=OG÷r ;=OG÷OA ; =OG÷OD ; =OG÷OH

Mais (si on y regarde bien,) on retrouve aussi sin(Â) :
dans le triangle BOD : sin(Â)=BD÷BO ; dans le triangle EOA : sin(Â)=EA÷EO ; dans le triangle EAC : sin(Â)=EC÷EA ;
dans le triangle OFH : sin(Â)=OH÷OF ; dans le triangle LOH : sin(Â)=LH÷LO ; dans le triangle LFO : sin(Â)=LO÷LF ;
dans le triangle EKO : sin(Â)=EO÷EK ; dans le triangle OKA : sin(Â)=OA÷OK ; dans le triangle AKG : sin(Â)=AG÷AK ;
=> ces rapports de longueur expriment tous le sinus de l'angle Â. ;

__sin(Â)__, est un **__coefficient de proportionnalité entre deux segments__** formant un angle Â, il n'a pas d'unité, (ce qui veut aussi dire que le rayon et le coté opposé à Â doivent avoir la même unité de mesure).
=> on peut dire **__si rayon = OA = OD = OH = 1__**, que le sinus de Â représente la longueur **__CA (ou OG) = sin(Â)__**.

Le sinus d'un angle est la projection sur un axe parallèle au coté opposé, du rayon d'un cercle égale à l'hypoténuse. Cette projection se faisant suivant la direction du coté adjacent.
Ex 1 : Pour le triangle AOC, le sinus d'un angle Â est la projection sur un axe parallèle au coté opposé AC, du rayon d'un cercle égale à l'hypoténuse OA. Cette projection se faisant suivant la direction du coté adjacent OC.
Ex 2 : Pour le triangle LFO, le sinus d'un angle Â (=arc LM) est la projection sur un axe parallèle au coté opposé LO, du rayon d'un cercle égale à l'hypoténuse LF. Cette projection se faisant suivant la direction du coté adjacent FO.

__Connaitre le sinus de angle Â et la longueur de l'hypoténuse__ (=rayon du cercle) d'un angle Â, **__permet de calculer__** maintenant, pour tous les angles Â trouvés sur le dessin, la **__longueur du coté opposé.__** Ou l'inverse connaissant le coté opposé et l'angle Â on calculera l'hypoténuse.
Ex : la longueur OG = CA est égale = rayon(OA)×sin(Â) ou rayon(OA) = CA÷sin(Â) = OG÷sin(Â), etc...

En pratique

Pour faire une analogie concrète au sinus :
Un rectangle OCAG a une diagonale OA(=GC)=1 (pris comme unité). Le coté opposé AC=OG mesure 0,5, soit 1/2 diagonale OA.

D'après Pythagore, $OA=\sqrt{(AC^2+OC^2)} \Rightarrow OA=1=\sqrt{((0,5)^2+OC^2)} =\sqrt{(0,25+OC^2)} \Rightarrow OC^2=0,75$. (Puisque OA=1)

Donc $OC^2=0,75 \Rightarrow OC=\sqrt{(3/4)} = (\sqrt{3})\div 2$ soit environ 0.866025404.

Pour info cet angle correspond à un arc de π/6 rd (radian) soit (180÷π)×(π÷6)=30°.
Puisque AC est notre coté opposé à Â, AC est le sinus de l'angle Â, ce qu'on vérifie ici 0,5÷1 =0,5 = sin(Â) =longueur coté opposé r/r hypoténuse.

APPLICATION RÉELLE exemple avec un toit :
Un pan de toiture, de longueur (n×OA puisque OA=1), est en pente par rapport à une l'horizontale, la hauteur du dénivelé de ce toit (n×AC puisque OA=1) est de :
longueur du rampant du toit (= projection verticale du toit =n×OA)× sin(angle du toit r/r horizontale) = n×(OA×sin(Â)) = n×AC.

Application numérique :
=> Si le rampant du toit a une longueur de 10 mètres (10×OA), que l'angle du toit est Â avec sin(Â)=0,5, la hauteur du dénivelé (10×CA) est de 10×(OA×sin(Â)) = 10×0,5 =5 =10×AC.
Vérification sin(Â)=[hauteur du dénivelé (=coté opposé)]÷[longueur du rampant du toit (=hypoténuse)] =5÷10 =0,5. Nous retrouvons bien notre sin(Â) !
=> On constate que les deux termes OA et OC ont le même multiplicateur, (n×OA)÷(n×OC)=OA÷OC. ce qui nous ramène bien au cercle trigonométrie OA =rayon =1

Pour connaitre l'angle Â en radian il faut passer par :

- l'équation du cercle $(x^2\div a^2)+(y^2\div b^2)=1$, soit pour le cercle trigonométrique $(\cos^2(Â))+(\sin^2(Â))=1$. Ce point sera expliquer dans un autre formulaire (équation de l'ellipse ou du cercle = ellipse particulière).

- ou Pythagore $OA^2=OC^2+AC^2$. Puisque notre rayon est OA et qu'il est égale à $1=(\cos^2(Â))+(\sin^2(Â))$. ~~Tiens on trouve pareil dans les deux cas !~~ Ce point sera expliquer dans un autre formulaire Pythagore.

Le plus simple est, ici, de lire la correspondance sin(Â) => Â dans une table, ou de le faire calculer par une calculatrice !